



Capitalização instantânea

A idéia de capitalização contínua, com taxa instantânea, deve ter surgido após o século XVI, época em que as taxas de juros eram sempre informadas para o período de um ano. E para se calcular a taxa para períodos inferiores, o costume que ainda perdura na maioria dos países é o de se dividir a taxa anual pelo número de períodos unitários contidos em um ano, obtendo-se com isso a taxa semestral, trimestral, mensal, diária, por hora, por minuto, por segundo e até se chegar a uma taxa imaginária, a taxa instantânea. Essas taxas, cada vez menores, se capitalizadas pelo número de períodos unitários, gradativamente maiores, resultariam em taxas anuais crescentes, as quais, seriam tanto maiores quanto maiores fossem o número de períodos unitários de capitalização contidos em um ano, como nos mostra a tabela a seguir, construída com base numa taxa de juros de 12% ao ano.

UNIDADE DE TEMPO	NÚMERO DE UNIDADES	TAXA ANUAL EFETIVA (%)
Ano	1	12,000000
Mês	12	12,682503
Dia	365	12,747457
Hora	8.760	12,749858
Minuto	525.600	12,749958
Instantânea	Infinitas	12,749685

As taxas anuais, comumente chamadas de efetivas, transcritas na última coluna, foram obtidas a partir da seguinte equação:

$$\text{Taxa anual efetiva} = \left[\left(1 + \frac{i}{n} \right)^n - 1 \right] \times 100, \text{ em que } i \text{ é a taxa anual de juros e } n \text{ o número de unidades de tempo contidos em um ano.}$$

Assim, para uma taxa de juros de 12% ao ano, com capitalização mensal, a taxa efetiva anual seria obtida como segue:

$$\text{Taxa anual efetiva} = \left[\left(1 + \frac{0,12}{12} \right)^{12} - 1 \right] \times 100 = 12,682503\%$$

E para a mesma taxa anual de juros de 12% ao ano, com capitalização horária, a taxa efetiva anual seria:

$$\text{Taxa anual efetiva} = \left[\left(1 + \frac{0,12}{8760} \right)^{8760} - 1 \right] \times 100 = 12,749858\%$$

Como se percebe facilmente através do quadro, a taxa anual efetiva cresce em função do aumento do número de unidades de tempo (mês, dia, hora, minuto) contidas em um ano. E esse crescimento tende a um valor máximo (valor limite) quando o número de unidades de tempo tende ao infinito, ou seja, momento em que a capitalização se tornaria instantânea. E essa taxa máxima, para o prazo de 1 ano, com seis casas decimais, é de 12,749685%; ela foi obtida através da seguinte expressão:

$$\text{Valor limite} = (e^i - 1) \times 100$$

em que i é a taxa anual (escrita na forma unitária ou decimal) e e o chamado número de Euler (aproximadamente 2,718281828459....) e que se constitui na base de cálculo do sistema de logaritmos neperianos.

Toda essa sofisticação de cálculo é baseada no entendimento secular de que a taxa de juros para períodos inferiores a um ano deveria ser obtida pela divisão da taxa anual pelo número de unidades de tempo contidas em um ano. Ora, não seria mais lógico, e muito mais simples, calcular a taxa periódica de juros, que se capitalizada pelo número de períodos unitários, reproduzisse a taxa anual? E que essa taxa anual, à semelhança do que foi demonstrado no parágrafo anterior, representasse a taxa máxima resultante da capitalização de uma taxa infinitamente pequena?

As taxas periódicas podem ser obtidas facilmente através da seguinte equação:

$$i_p = (1 + i_a)^{1/n} - 1$$

em que i_p é a taxa para o período escolhido, i_a a taxa anual na forma unitária e n o número de períodos unitários correspondente a taxa que se quer obter.

Exemplo: a partir de uma taxa de juros de 12% ao ano, calcular as taxas equivalentes ao mês, ao dia e por hora.

Como 1 ano é composto por 12 meses, ou 365 dias ou 8760 horas, tem-se que:

- **Taxa mensal:** $i_m = (1,12)^{1/12} - 1 = 0,009488793$ ou **0,9488793%**
- **Taxa diária:** $i_d = (1,12)^{1/365} - 1 = 0,000310538$ ou **0,0310538%**
- **Taxa por hora:** $i_h = (1,12)^{1/8760} - 1 = 0,000012937$ ou **0,0012937%**

O quadro a seguir, além das taxas já obtidas, mostra as taxas equivalentes para outras unidades de tempo, como segue:

UNIDADE DE TEMPO	NÚMERO DE UNIDADES	TAXA PARA O PERÍODO (%)
Ano	1	12,0000000
Semestre	2	5,8300524
Trimestre	4	2,8737345
Mês	12	0,9488793
Dia	365	0,0310538
Hora	8.760	0,0012937
Minuto	525.600	0,0000216

Com base nesse critério podemos deduzir que existiria uma taxa infinitamente pequena que, se capitalizada instantaneamente, resultaria numa taxa anual de 12%. A partir desse entendimento pode-se eliminar uma preocupação absolutamente desnecessária, como aquela contida no Artigo 75 da Lei

11.977, de 7 de julho deste ano, que permite a capitalização de juros com periodicidade mensal, o que nos leva a entender que para períodos menores que um mês a capitalização não seria permitida. Ora, a capitalização anual, mensal, diária ou instantânea, feita como se propõe neste trabalho, não prejudica e nem beneficia qualquer das partes envolvidas na operação.

A partir das considerações feitas neste trabalho, podemos tirar as seguintes conclusões:

- As taxas de juros dos contratos devem continuar sendo informadas para o período de um ano porque é esse o referencial adotado no mundo;
- É necessário também informar a taxa equivalente para o período unitário dos pagamentos das prestações (que contemplem parcelas de capital mais juros, ou somente de juros); essa informação é de fundamental importância para atender uma regra básica da matemática financeira: para o cálculo de prestações mensais, utiliza-se, necessariamente, a taxa definida para o período de 1 mês; caso as prestações sejam trimestrais, utiliza-se a taxa de juros trimestral e assim por diante;
- Não há necessidade de se classificar a taxa anual como nominal ou efetiva, apenas como “taxa contratual de juros”.

José Dutra Vieira Sobrinho

São Paulo, 4 de novembro de 2009

LINK da matéria acima:

<http://www.professordutra.com.br/blog/?p=1016>